

Универзитет у Београду, Физички факултет

Пријемни испит из математике, 25.06.2023.

(група А)

Име и презиме: _____ Број пријаве: _____

Тест се састоји од 20 задатака. Заокружује се један од четири понуђена одговора. Сви задаци носе по 3 поена. Израда теста траје 180 минута.

1. У суд облика правог ваљка, унутрашњег пречника 30 cm и висине 15 cm, убачена је лоптица полупречника 15 cm и затим сипана вода до самог врха. Колики део запремине суда заузима вода ако је лоптица гушћа од воде?

- а) $\frac{2}{9}$ б) $\frac{2}{3}$ **в) $\frac{1}{3}$** г) $\frac{1}{9}$

2. Колико је вредност израза $\frac{3+(1-\sqrt{2})^3(1+\sqrt{2})}{(-\sqrt{2})^3}$?

- а) $\sqrt{2}$ б) $1/\sqrt{2}$ в) 1 **г) -1**

3. Вредност израза $10 \cdot 2^{-2/3}$ је између бројева?

- а) 5 и 6 **б) 6 и 7** в) 7 и 8 г) 8 и 9

4. Вектор $\vec{c}$ је једнак збиру векторског производа $(\vec{a} + \vec{b}) \times (2\vec{a} + 3\vec{b})$ и вектора $2\vec{a} + 2\vec{b}$. Вектори $\vec{a}$ и $\vec{b}$ су јединичне дужине. Ако је њихов скаларни производ $\vec{a} \circ \vec{b}$ једнак $1/4$, $\vec{c} \circ \vec{c}$ износи:

- а) $\frac{235}{16}$ б) $\frac{219}{16}$ **в) $\frac{175}{16}$** г) $\frac{159}{16}$

5. Ако у 2 л 80%-ог раствора хидрогена додате $1/2$ л чисте воде, колики је нови проценат хидрогена?

- а) 58% б) 16% в) 32% **г) 64%**

6. Ако a реалан број и $x \in [0, 2\pi]$, збир свих решења једначине $\frac{|\sin x|}{e^{|a|}} = 1$ износи:

- а) $3\pi/2$ б) 0 в) $\pi/2$ **г) 2π**

7. Ако се саберу све вредности x која су решења система једначина $xy + x + y = 11$ и $x^2y + xy^2 = 30$, добија се број:

- а) 11** б) 16 в) 0 г) 12

8. Модуо комплексног броја $\frac{5-3i}{15+15i}$ је:

- а) $\frac{17}{15}$ б) $\frac{17}{\sqrt{15}}$ **в) $\frac{\sqrt{17}}{15}$** г) $\sqrt{\frac{17}{15}}$

9. Ако је $z = \frac{5i-3}{i+2} - 2$ онда је $\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z$ једнако:

- а) $-\frac{2}{5}$ б) $\frac{2}{5}$ в) $-\frac{5}{2}$ г) $\frac{5}{2}$

10. Производ решења једначине $2x(x + 3/2) - 11 = (x + 1)^2$ је:

- а) -12 б) 12 в) -4 г) 4

11. Решење експоненцијалне једначине $2^{3(x-1)} + 8^{(x-2)} = 9$ је:

- а) -1 б) 0 в) 1 г) 2

12. Решење једначине $\log x^5 - 2 \log x^3 + 4 \log x - 6 = 0$ је:

- а) 1000 б) 100 в) 10 г) 1

13. Решење неједначине $\frac{x^2+2x-3}{x^2-4x-5} \geq 0$ је:

- а) $x \in (-\infty, -3] \cup (-1, 1] \cup (5, \infty)$ б) $x \in (-\infty, -3] \cup [-1, 1] \cup [5, \infty)$
в) $x \in (-\infty, -3] \cup [-1, 1) \cup [5, \infty)$ г) $x \in (-\infty, -3) \cup [-1, 1] \cup (5, \infty)$

14. Израчунати $\frac{(i^{-35})^7}{(i^{-40})^{29}}$:

- а) 1 б) -1 в) i г) $-i$

15. Ако је $p = \log_6 25$ и $q = \log_6 2$, онда је $\log_6(3,2)$ једнако:

- а) $p + 3q$ б) $4q - \frac{1}{2}p$ в) $\frac{1}{2}q + p$ г) $p + 1 - q$

16. Круг са центром у тачки O полупречника $r = 5$ је заједничка основа за прав ваљак и праву купу. Друга основа ваљка је круг са центром у тачки O_1 . Врх купе, S , се налази на половини дужи OO_1 . Изводница купе је дугачка $s = 13$. Колика је запремина дела ваљка који не заузима купу?

- а) 300π б) 100π в) 600π г) 500π

17. Дат је правоугли трапез $ABCD$ са правим угловима код темена A и B . Ако је $\angle BDC = 4 * \angle ABD$ и $\angle DCB = 60^\circ$, колики је $\angle ABD$?

- а) 10° б) 40° в) 30° г) 15°

18. Колики је збир свих решења једначине $|\cos x| = \cos x + 2 \sin x$, која припадају интервалу $(0, 3\pi)$?

- а) 3π б) $\frac{11\pi}{2}$ в) $\frac{21\pi}{4}$ г) $\frac{29\pi}{4}$

19. Збир решења једначине $\cos 2x + 3 \sin x = 2$ која су из интервала $[0, 2\pi]$?:

- а) π б) $\frac{3\pi}{2}$ в) $\frac{5\pi}{2}$ г) $\frac{\pi}{2}$

20. Ако природни бројеви m , n и k при дељењу са 13 дају остатке 2, 7 и 8 редом онда $mn + k$ даје остатак при дељењу са 13:

- а) 6 б) 0 в) 9 г) 12